L'accelerazione centripeta nel moto circolare: dimostrazione della formula

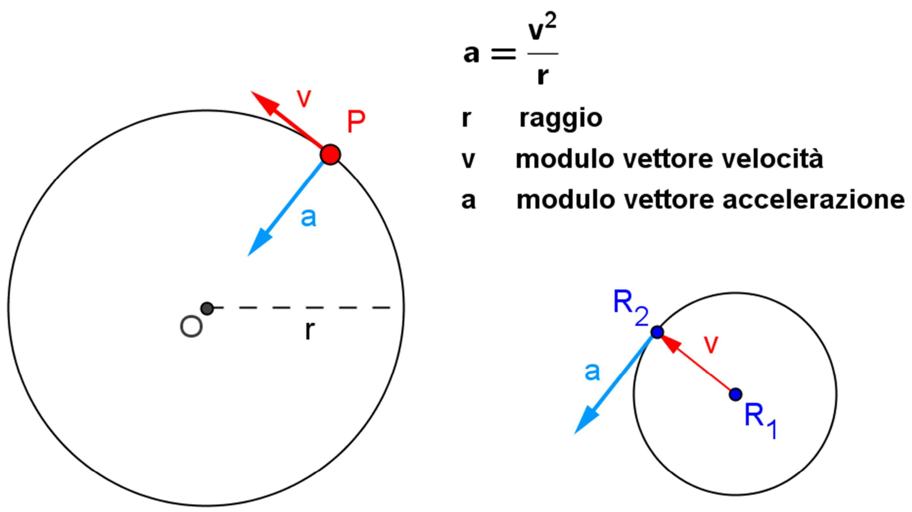
Prof. Danilo Saccoccioni

Dimostriamo la formula $a = \frac{v^2}{r}$ relativa a un moto circolare uniforme.

Consideriamo il punto *P* in figura: esso si muove per ipotesi di moto circolare uniforme sulla circonferenza di raggio r.

Il vettore $\overrightarrow{OP}$, di modulo *r*, indica la posizione istantanea del punto *P*, quindi ruota (nel nostro caso in verso antiorario).

Il vettore velocità $\vec{v}$, di modulo *v*, indica la rapidità con cui varia *P* ed è chiaramente tangente alla circonferenza nel punto P.



Immaginiamo, ora, che mentre *P* si muove, una copia del vettore $\vec{v}$ venga applicata ad un punto <u>fisso</u> R_1 (figura a destra). Risulta che mentre $\overrightarrow{OP}$ ruota, ovviamente anche $\vec{v}$ ruota, quindi anche il punto R_2 si muove di moto circolare uniforme (sulla circonferenza di raggio *v*) e la sua velocità è proprio il vettore $\vec{a}$, accelerazione centripeta di *P*: infatti **la velocità della velocità** è per definizione l'accelerazione.

Abbiamo:

- Figura a sinistra: *P* si muove con velocità di modulo *v*, dunque il periodo del moto sarà:
$$T = \frac{\textit{Lungh. circonferenza}}{\textit{velocità}} = \frac{2\pi r}{v}$$
- Figura a destra: R_2 si muove con velocità di modulo *a*, dunque il periodo del moto sarà:
$$T = \frac{\textit{Lungh. circonferenza}}{\textit{velocità}} = \frac{2\pi v}{a}$$

Poiché i due periodi sono ovviamente uguali, avremo: $\frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi v}{a}$

Esplicitando *a* si ottiene immediatamente $a = \frac{v^2}{r}$.