

SPECCHI PIANI E SFERICI

Danilo Saccoccioni

Ci apprestiamo ad illustrare le proprietà più comuni degli specchi piani e sferici, utili per interpretare correttamente fenomeni della vita quotidiana.

Come avviene il fenomeno della riflessione? Alcuni materiali obbediscono alla seguente legge (legge della riflessione):

Se un raggio di luce incide su una superficie di separazione piana tra due mezzi diversi, si forma un raggio riflesso che emerge dalla superficie in modo tale che:

- *il raggio incidente, il raggio riflesso e la perpendicolare alla superficie riflettente nel punto di incidenza giacciono tutti su uno stesso piano (chiamato “piano di incidenza”);*
- *l'angolo di riflessione sia uguale all'angolo di incidenza.*

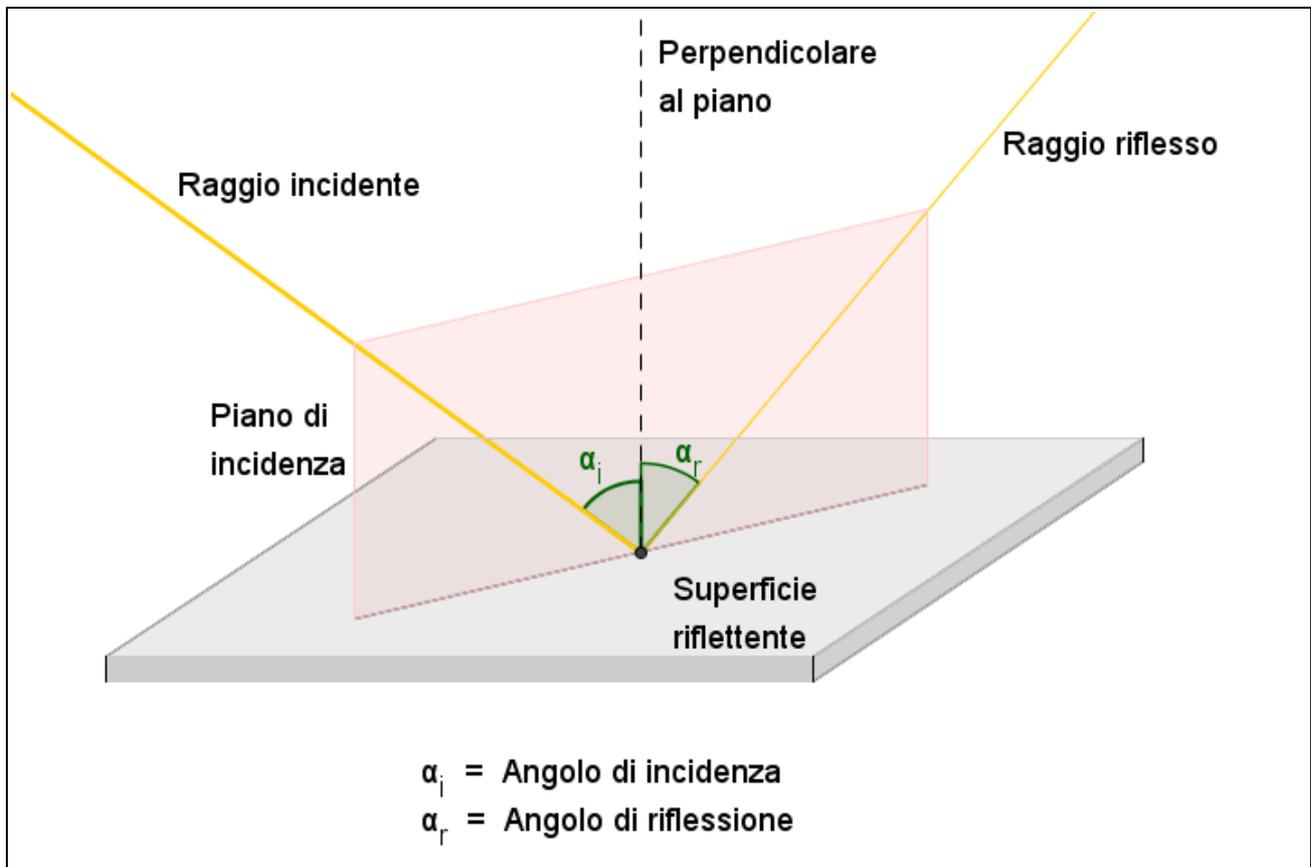


Figura 1: Illustrazione della legge della riflessione.

Un comune specchio può essere realizzato depositando un sottile strato di materiale di natura metallica su una lastra di vetro; i metalli, infatti, hanno la proprietà di riflettere quasi tutta la luce incidente e lo strato di vetro rende liscia la superficie (le rugosità causerebbero un deterioramento del fenomeno della riflessione).

Ci chiediamo ora come si forma l'immagine di un oggetto in uno specchio. Innanzitutto dobbiamo definire senza ambiguità cosa si intende con il termine “immagine”; a tale scopo consideriamo la seguente situazione:

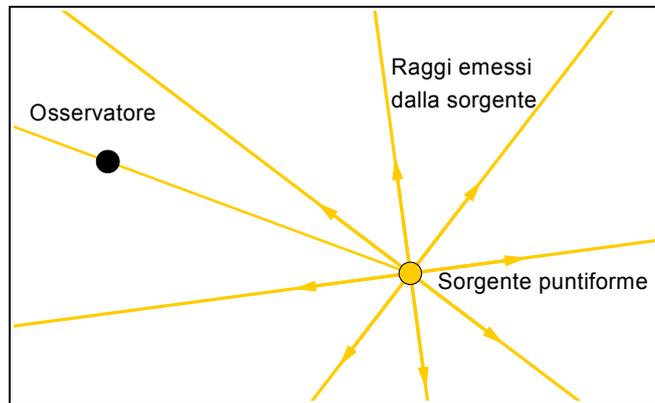


Figura 2: L'occhio di un osservatore è in grado di riconoscere che una sorgente è puntiforme.

Una sorgente puntiforme irradia luce in tutte le direzioni con simmetria sferica; l'osservatore è in grado di riconoscere che i raggi partono dal punto occupato dalla sorgente, perché l'occhio, anche se colpito solo da un sottile fascio, riesce a notare la divergenza dei raggi.

Vediamo, ora, che cosa succede se parte dei raggi emessi dalla sorgente viene riflessa da uno specchio piano:

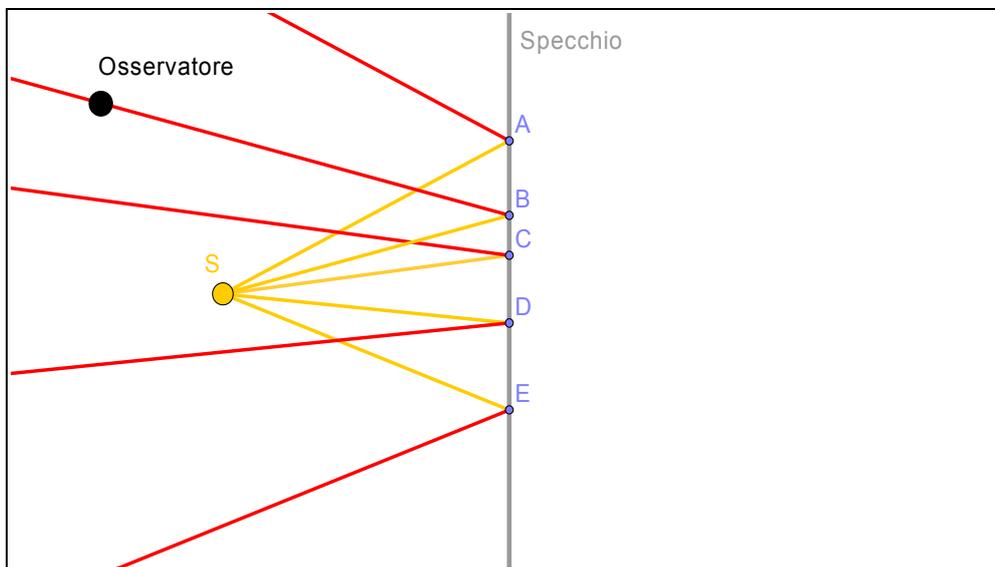


Figura 3: Riflessione da specchio piano dei raggi emessi da una sorgente puntiforme.

Ognuno dei raggi incidenti viene riflesso seguendo la legge della riflessione che abbiamo illustrato. L'osservatore, pertanto, vede la sorgente S, ma il suo occhio viene colpito anche da un fascetto di raggi riflessi; per approfondire cosa succede, prova a tracciare con la matita i prolungamenti dei raggi riflessi nella parte destra della precedente figura...

Se hai proceduto in maniera corretta, dovresti aver trovato che tutti i prolungamenti tracciati si incontrano in uno stesso punto; secondo te, allora, l'occhio dell'osservatore in che modo interpreterà il sottile fascetto di raggi riflessi che lo colpisce?

Per ovvie ragioni, il punto di intersezione dei prolungamenti da te tracciati viene chiamato *immagine della sorgente S*; l'occhio dell'osservatore è colpito dal fascetto di raggi riflessi che parte dal punto B, ma è chiaro che NON PUO' DISTINGUERE IN ALCUN MODO SE TALE FASCETTO SIA OTTENUTO PER RIFLESSIONE O PER EMISSIONE DIRETTA DI UNA SORGENTE REALE POSTA NEL PUNTO DI INTERSEZIONE DEI PROLUNGAMENTI DEI RAGGI RIFLESSI:

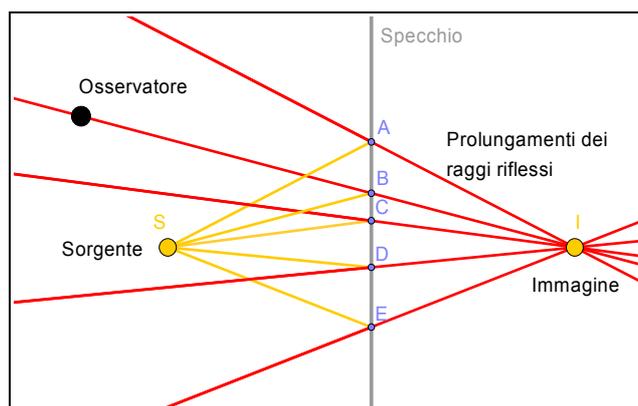


Figura 4: Riflessione da specchio piano dei raggi emessi da una sorgente puntiforme: definizione dell'immagine.

Da ciò che abbiamo scoperto, risulta naturale fissare la seguente definizione di *immagine di una sorgente puntiforme* relativa a un sistema di specchi:

Data una sorgente puntiforme S che irradia in un sistema ottico formato da specchi, si chiama immagine di S il punto di intersezione dei raggi riflessi dal sistema ottico (immagine reale) o eventualmente dei loro prolungamenti (immagine virtuale).

Nel caso dello specchio piano della figura precedente, si ha un'immagine virtuale, poiché il punto I è dato dall'intersezione non dei raggi riflessi, ma dei loro prolungamenti. Vedremo che nel caso di specchi sferici si possono avere anche immagini reali. Cosa succede se al posto di una sorgente puntiforme si ha una sorgente estesa nello spazio? Proviamo a vedere...

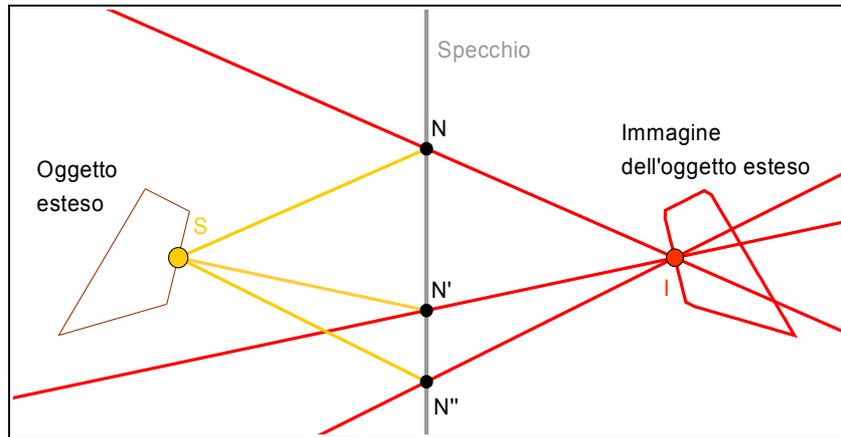


Figura 5: Immagine di un oggetto esteso relativa ad uno specchio piano.

Sappiamo che ogni punto S di un oggetto reale illuminato può essere considerato come una sorgente puntiforme, che pertanto avrà la sua immagine virtuale I dalla parte opposta dello specchio: l'insieme di tutti i punti immagine dà luogo all'immagine globale dell'oggetto esteso.

In riferimento all'immagine di un uomo nello specchio, spesso si dice che “viene scambiata la destra con la sinistra”; in realtà, se si vuole essere più precisi, guardando la figura precedente bisogna dire che lo specchio inverte la relazione di profondità perpendicolarmente allo specchio stesso.

Possiamo passare a studiare, ora, specchi non piani. Un caso frequente nelle applicazioni è costituito dai cosiddetti “specchi parabolici”, dove la sagomatura dello specchio segue un andamento a paraboloide:

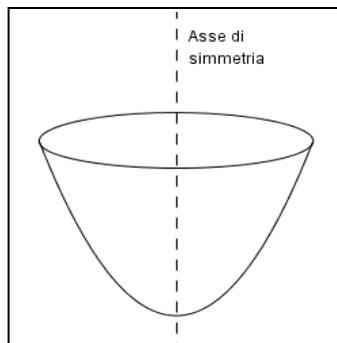


Figura 6: Un paraboloide.

La parabola ha una proprietà notevole: raggi paralleli all'asse di simmetria vengono convogliati tutti in un unico punto chiamato fuoco e viceversa, se nel fuoco si pone una sorgente puntiforme allora i raggi riflessi dalla parabola sono tutti paralleli all'asse di simmetria:

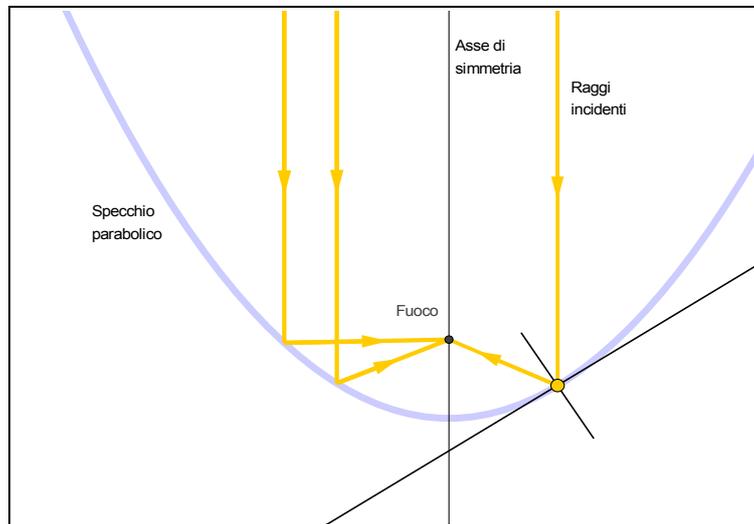


Figura 7: Proprietà focali della parabola.

Gli specchi a paraboloidi trovano numerose applicazioni a motivo della proprietà ora vista:

- riflettori di lampade (fari delle automobili, lampadine tascabili ecc...);
- riflettori di antenne a microonde (in questo caso si sfrutta la parabola per riflettere non raggi luminosi, ma raggi a microonde, della stessa natura elettromagnetica della luce), dunque radiotelescopi ecc...;
- sistemi di riscaldamento che convogliano l'energia solare verso il fuoco;
- ecc...

Molto frequenti nelle applicazioni sono anche gli specchi sferici, la cui superficie riflettente è parte di una superficie sferica; vengono definiti *convessi* o *concavi* a seconda che la sorgente sia esterna o interna rispetto alla curvatura. Specchi convessi sono ad esempio utilizzati come specchietti retrovisori di autoveicoli, perché permettono di avere una visuale più ampia (ma attenzione! Essi alterano le distanze e le dimensioni degli oggetti...), mentre specchi concavi sono utilizzati normalmente per ingrandire il proprio volto.

Cominciamo a vedere cosa succede ai raggi incidenti su uno specchio convesso provenienti da una sorgente puntiforme; osservando la figura seguente ci si convince facilmente che, in modo del tutto simile al caso degli specchi piani, i prolungamenti dei raggi riflessi si intersecano in uno stesso punto che costituisce dunque l'immagine virtuale:

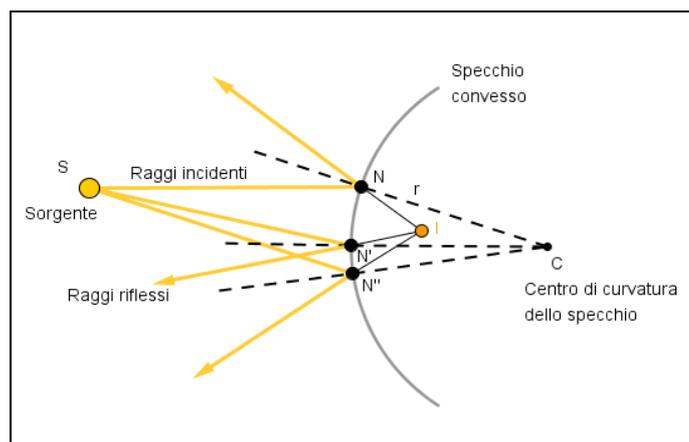


Figura 8: Riflessione da specchio convesso dei raggi emessi da una sorgente puntiforme: definizione dell'immagine.

A differenza dell'immagine relativa agli specchi piani, però, qui i prolungamenti dei raggi riflessi si incontrano in uno stesso punto solo se i raggi incidenti costituiscono un fascio sottile (ipotesi di parassialità); la figura seguente, infatti, mostra che i tre prolungamenti non si incontrano esattamente in uno stesso punto, pertanto l'immagine, in questo caso, risulta sfocata

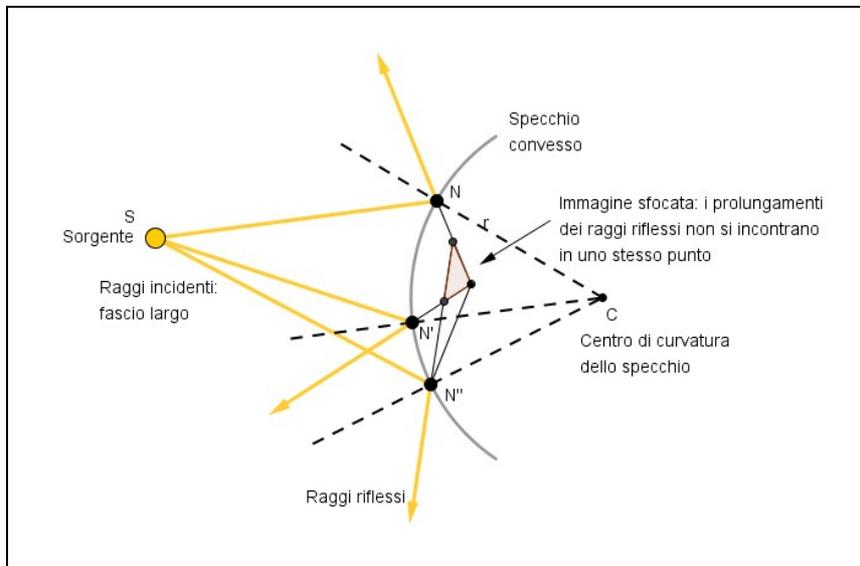


Figura 9: Il fenomeno dell'aberrazione sferica per uno specchio sferico.

Questo fenomeno di non perfetta focalizzazione dei prolungamenti dei raggi va sotto il nome di **aberrazione sferica** ed è dovuto alla non idealità del comportamento del sistema ottico. Si tratta di un fenomeno molto importante di cui tenere conto nel progetto dei sistemi ottici, poiché ciò che si desidera, ovviamente, è che l'immagine risulti non sfocata. Un primo modo di limitare il problema è quello di inserire *diaframmi* (cioè aperture, generalmente circolari) fra la sorgente e il sistema di specchi e/o lenti: in tal modo si limita la larghezza del fascio:

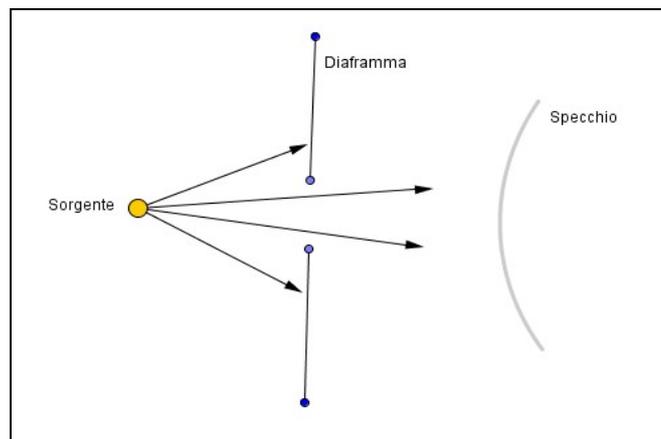


Figura 10: Introduzione di un diaframma nel cammino del raggio ottico per ridurre gli effetti indesiderati dell'aberrazione sferica.

Non si può eccedere nel rendere piccola l'apertura del diaframma, perché altrimenti l'immagine risulta poco luminosa e, in alcuni casi, si possono avere altri tipi di fenomeni indesiderati e più difficili da studiare (diffrazione), dovuti al fatto che la luce si propaga come onda (il raggio rettilineo è solo un'approssimazione).

Vediamo che cosa succede, ora, nel caso degli specchi concavi, facendoci aiutare dalle figure seguenti:

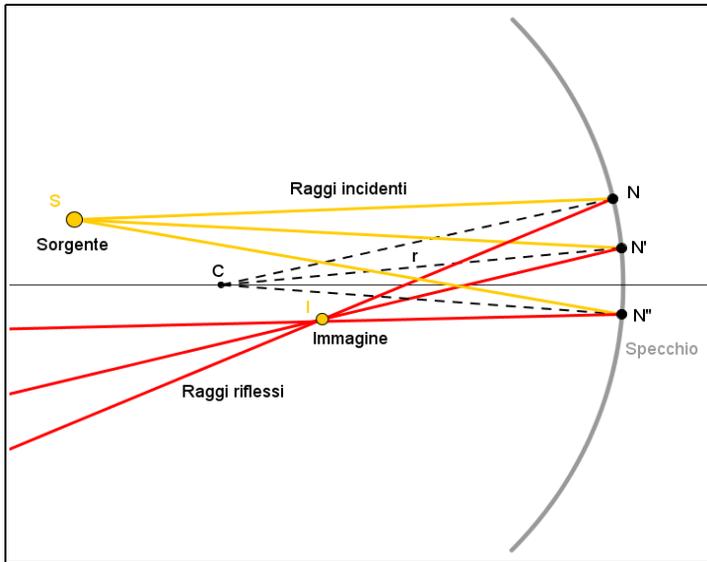


Figura 11: Immagine da specchio concavo di una sorgente puntiforme distante dallo specchio più della misura del raggio sotto l'ipotesi di parassialità. L'immagine è reale.

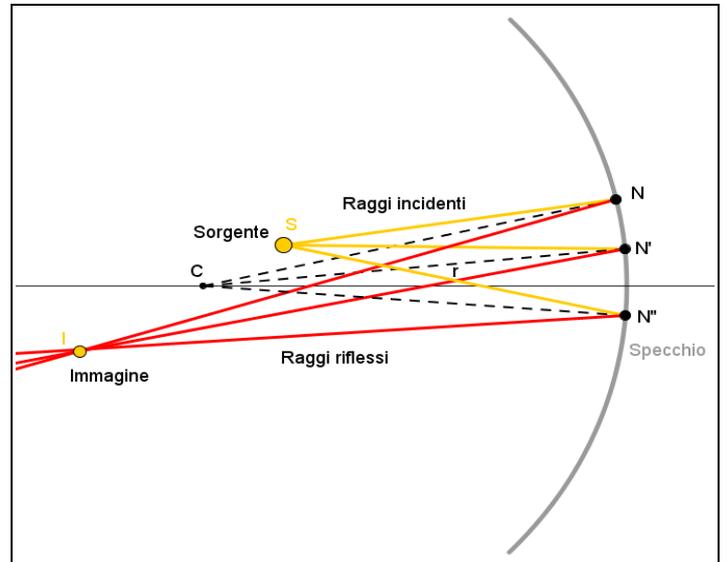


Figura 12: Immagine da specchio concavo di una sorgente puntiforme a distanza dallo specchio poco minore della misura del raggio sotto l'ipotesi di parassialità. L'immagine è reale.

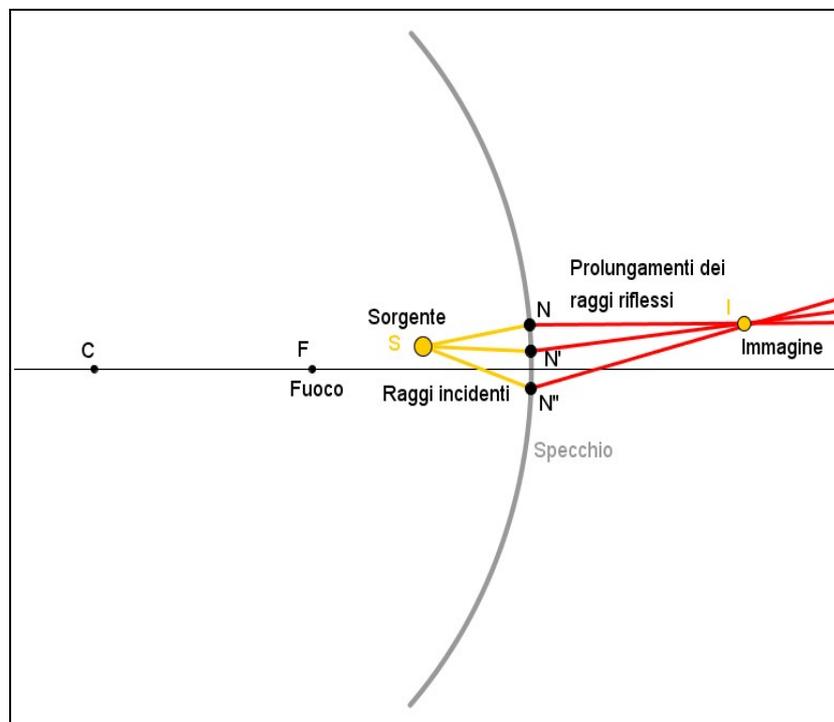
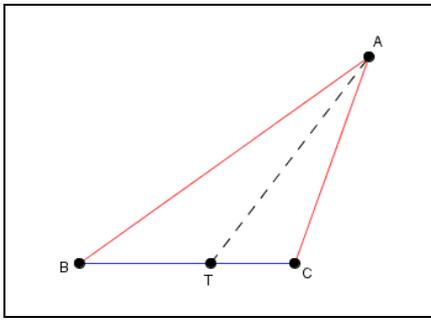


Figura 13: Immagine da specchio concavo di una sorgente puntiforme distante dallo specchio meno della metà della misura del raggio sotto l'ipotesi di parassialità. L'immagine è virtuale.

Si osserva qualitativamente che quando la sorgente dista dallo specchio più del raggio di curvatura di quest'ultimo, l'immagine è reale e dista dallo specchio meno del raggio; quando la sorgente dista meno del raggio, l'immagine si allontana superando il centro C; quando, invece, la sorgente dista meno di metà raggio (valore corrispondente al cosiddetto "fuoco"), l'immagine diventa virtuale ed è posta al di là dello specchio.

Anche per specchi concavi l'immagine soffre di aberrazione qualora si consideri un fascio di raggi incidenti troppo allargato.

Fatte queste considerazioni introduttive, ora è possibile passare agli aspetti quantitativi della relazione tra le posizioni della sorgente e dell'immagine, **in ipotesi di parassialità**.



A tale proposito, è utile ricordare un importante teorema di geometria piana: il cosiddetto “teorema della bisettrice” per i triangoli:

In un triangolo la bisettrice relativa ad un vertice taglia il lato opposto in due parti proporzionali agli altri due lati:

$$\frac{TC}{TB} = \frac{CA}{BA}$$

Figura 14: Il teorema della bisettrice.

Facciamo riferimento alla seguente figura, relativa ad uno specchio concavo, e cominciamo a dimostrare che raggi paralleli all'asse ottico sono riflessi in modo da convergere verso il fuoco, ovvero verso il punto medio tra il centro e il vertice dello specchio (proprietà focale degli specchi sferici):

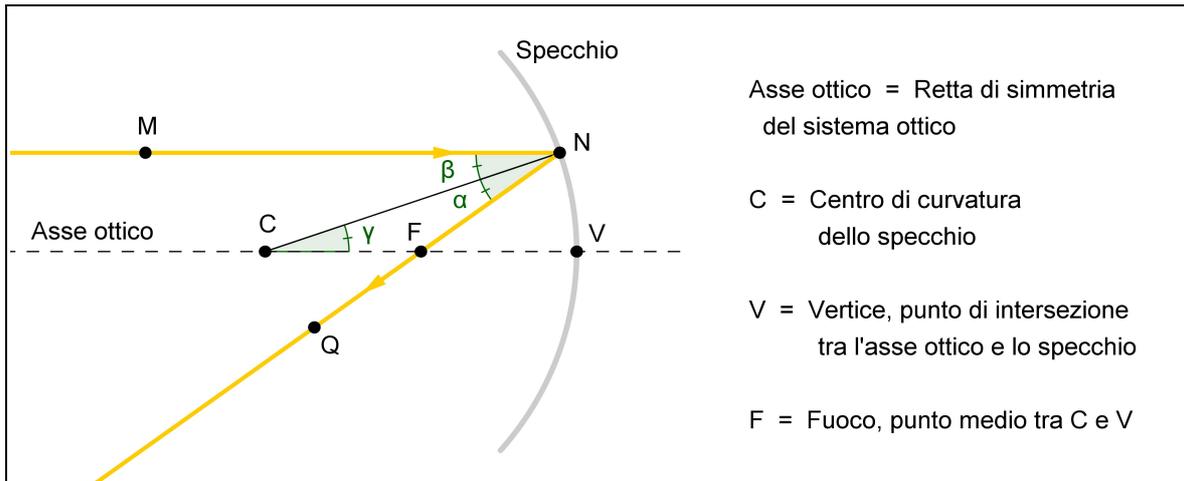


Figura 15: Proprietà focali di uno specchio sferico concavo sotto ipotesi di parassialità.

Gli angoli γ e β sono uguali perché alterni interni, inoltre gli angoli α e β sono uguali per la legge della riflessione; si deduce l'uguaglianza tra α e γ , pertanto il triangolo CNF è isoscele, con CF congruente a FN. Per l'ipotesi di parassialità in cui ci siamo messi, il segmento FN è con buona approssimazione congruente a FV, dunque, in definitiva, CF misura quanto FV, cioè F è il punto medio di CV.

Ovviamente la proprietà resta vera anche invertendo il verso dei raggi incidente e riflesso: ponendo una sorgente in F e sotto l'ipotesi di parassialità, dallo specchio emerge un fascio di raggi paralleli all'asse ottico. Inoltre, la proprietà resta vera anche nel caso di specchi convessi:

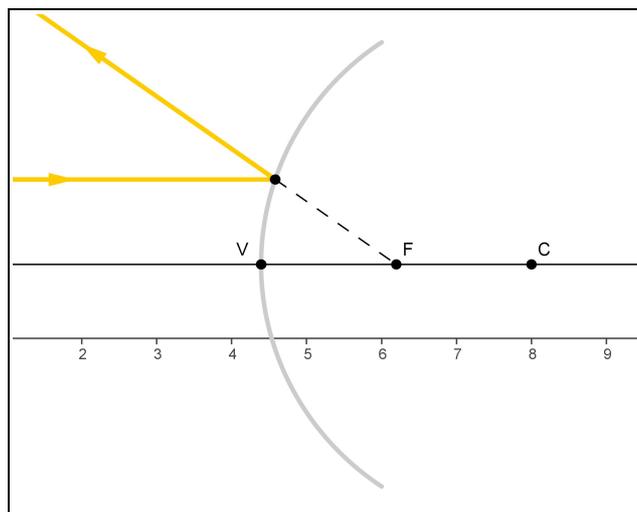


Figura 16: Proprietà focali di uno specchio sferico convesso sotto ipotesi di parassialità.

La proprietà focale appena dimostrata ricorda quella di un paraboloide, ma per quest'ultimo non è necessaria l'approssimazione di parassialità: la proprietà è vera per qualsiasi raggio parallelo all'asse, comunque distante da esso.

Ricaviamo, ora, quella che va sotto il nome di **legge dei punti coniugati**; ci riferiamo alla seguente figura:

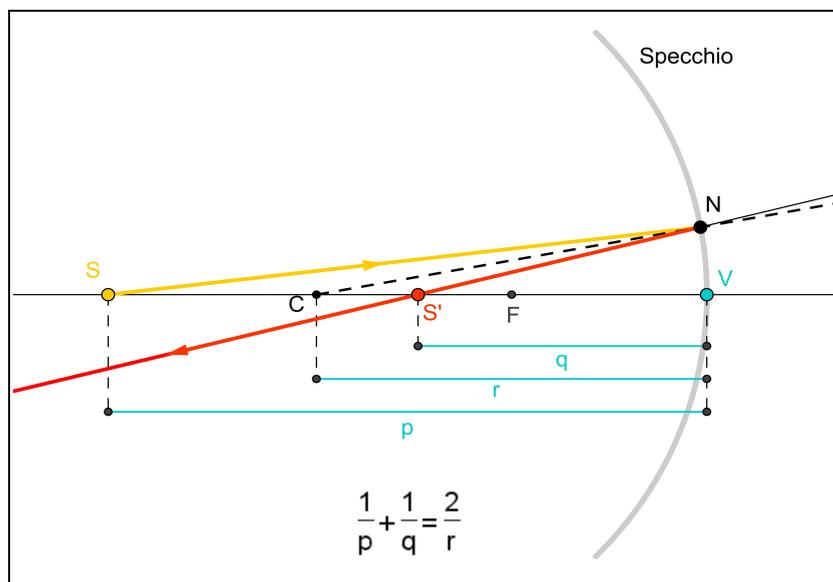


Figura 17: Costruzione per la dimostrazione della legge dei punti coniugati.

Una sorgente puntiforme è posta sull'asse ottico ad una distanza p da V ; la sua immagine è S' , che ovviamente, per motivi di simmetria, è anch'essa sull'asse ottico, ad una distanza q da V . Per la legge della riflessione, il generico raggio incidente SN viene riflesso dallo specchio generando il raggio NS' , in modo che gli angoli $S\hat{N}C$ e $C\hat{N}S'$ siano congruenti, quindi si può applicare il teorema della bisettrice al triangolo SNS' :

$$\frac{CS'}{CS} = \frac{NS'}{SN} \rightarrow \frac{r-q}{p-r} = \frac{q}{p} \quad (\text{si ricordi l'ipotesi di parassialità}) \rightarrow p(r-q) = q(p-r) \rightarrow pr + qr = 2pq \quad ,$$

dividendo entrambi i membri dell'ultima relazione per il prodotto $p \cdot q \cdot r$ si ottiene:

$$\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{2}{r}}$$

LEGGE DEI PUNTI CONIUGATI (valida sotto l'ipotesi di parassialità)

Di solito si pone $f = \frac{r}{2}$, quindi $\frac{1}{f} = \frac{2}{r}$,

da cui: $\boxed{\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}}$.

La legge appena ricavata è molto utilizzata come prima approssimazione per lo studio e il progetto dei sistemi ottici dove sono presenti specchi. Essa è valida ovunque venga posta la sorgente sull'asse ottico, occorre solo fare attenzione ai segni da utilizzare per p , q ed f : assumendo per convenzione p sempre positiva, q è da considerarsi positiva o negativa se l'immagine è rispettivamente reale o virtuale, mentre f è da considerarsi positiva o negativa se lo specchio è rispettivamente concavo o convesso rispetto alla sorgente.

Per concludere, mostriamo su un solo esempio come si può invertire un'immagine non posta sull'asse ottico:

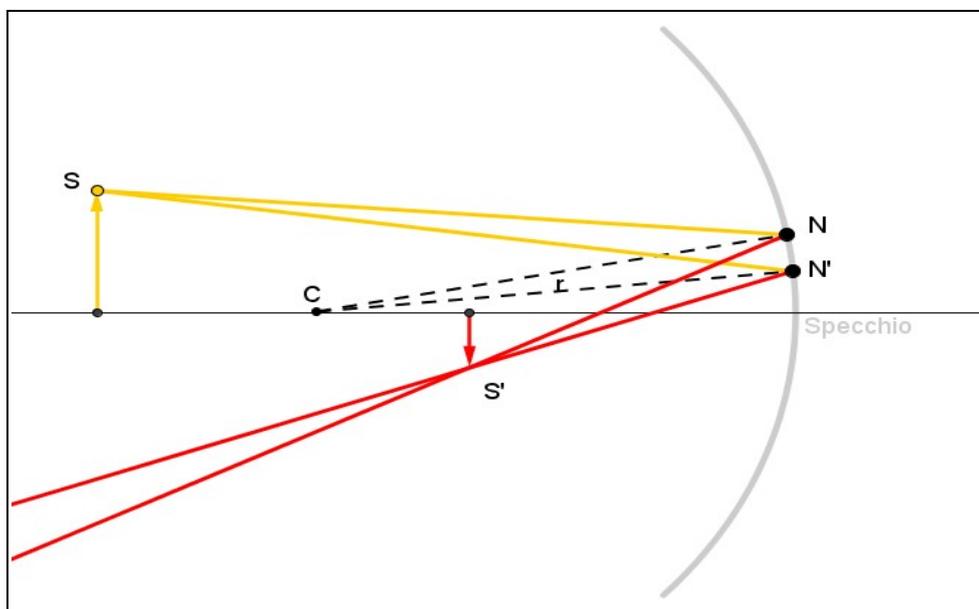


Figura 18: Inversione dell'immagine di una sorgente non posta sull'asse ottico.