SIGNIFICATO GEOMETRICO
DEL COEFFICIENTE ANGOLARE E DEL TERMINE NOTO
DELL'EQUAZIONE DI UNA RETTA IN FORMA ESPLICITA

Prof. Danilo Saccoccioni

Sappiamo che un'equazione di primo grado in due incognite rappresenta sempre una retta sul piano cartesiano. Se la retta non è verticale, l'equazione contiene senz'altro la variabile y, che quindi può essere esplicitata, come mostra il seguente esempio:

$$-2x+3y=-6 \quad \rightarrow \quad y=\frac{2}{3}x-2$$

Il coefficiente della *x*, nell'esempio 2/3, si chiama *coefficiente angolare della retta*, mentre il termine di grado zero (nell'esempio – 2) si chiama *termine noto*. In generale la forma esplicita dell'equazione di una retta (<u>non verticale</u>) è sempre del tipo

$y=mx+q$ m : coefficiente angolare
q : termine noto

E fondamentale in varie questioni il significato geometrico dei numeri *m* e *q* appena definiti. Per introdurlo si svolga il seguente esercizio:

> *Rappresentare sullo stesso piano cartesiano le rette di equazioni* $y=3x-1$, $y=2x-1$, $y=x-1$, $y=-1$, $y=-x-1$, $y=-2x-1$, $y=-3x-1$.
> *Le rette rappresentante dove toccano l'asse y? Come varia la pendenza della retta al variare del coefficiente angolare?*

Vediamo di giustificare i risultati del precedente esercizio.

<u>SIGNIFICATO GEOMETRICO DEL TERMINE NOTO *q*</u>

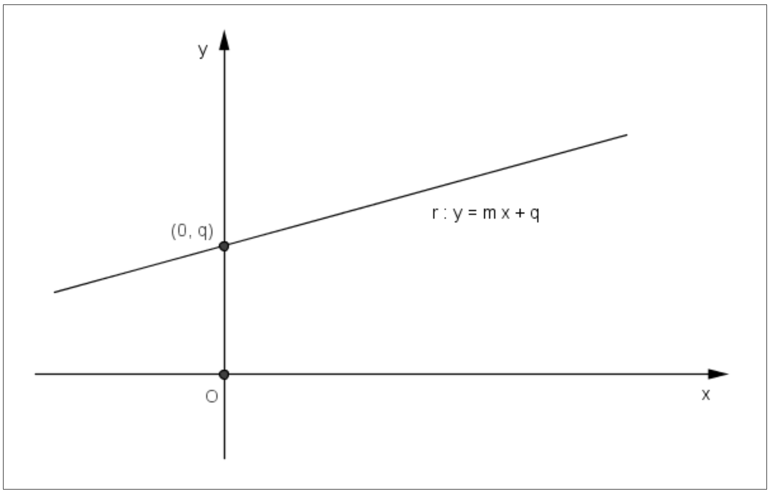

Fig. 1: Illustrazione del significato geometrico del termine noto *q*, come ordinata del punto di intersezione fra la retta *r* e l'asse *y*.

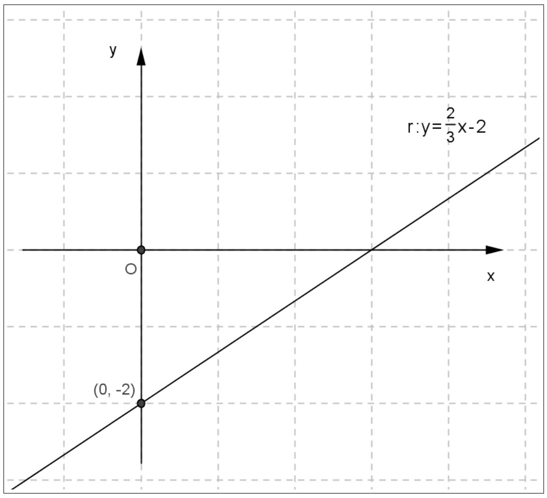

Fig. 2: Significato del termine noto dell'equazione presentata come esempio in precedenza.

Se la retta *r* ha equazione esplicita $y=mx+q$ è immediato rendersi conto che il punto di coordinate (0, *q*) appartiene alla retta, infatti tali coordinate rendono vera l'uguaglianza (basta sostituire 0 al posto di *x* e q al posto di *y*): $q=m\cdot 0+q$.
Ma il punto (0, *q*) si trova chiaramente sull'asse *y*, dunque possiamo asserire che

> *Il termine noto q dell'equazione di una retta in forma esplicita rappresenta l'ordinata del punto di intersezione della retta con l'asse y* (figure 1 e 2).

SIGNIFICATO GEOMETRICO DEL COEFFICIENTE ANGOLARE *m*

Per illustrare il significato geometrico di *m*, conviene fissare due punti $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$ sulla retta *r*. Poiché per ipotesi i due punti appartengono ad *r*, le loro coordinate devono necessariamente soddisfare l'equazione $y = mx + q$, pertanto abbiamo

$$P_1 \in r \quad \rightarrow \quad y_1 = m x_1 + q$$
$$P_2 \in r \quad \rightarrow \quad y_2 = m x_2 + q$$

Ora, poiché vogliamo porre l'attenzione solo su *m* a prescindere da *q*, per eliminare il “disturbo” di *q* conviene sottrarre membro a membro le due equazioni precedenti, così da ottenere

$y_2 - y_1 = m x_2 - m x_1$, che dopo aver raccolto a fattor comune *m* diventa $y_2 - y_1 = m \cdot (x_2 - x_1)$.

Esplicitando *m*, che è ciò che interessa, otteniamo $\boxed{m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}}$

La formula precedente esprime il significato del coefficiente angolare, che conviene illustrare con una figura (fig. 3):

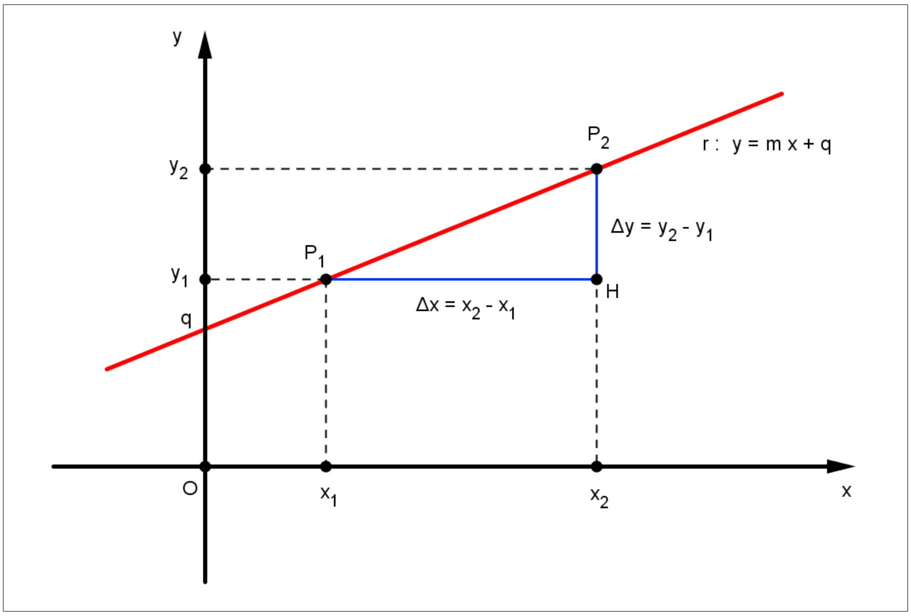

Fig. 3: Illustrazione del coefficiente angolare di una retta. Il valore di *m* è legato al rapporto fra il cateto verticale e il cateto orizzontale di un qualsiasi triangolo rettangolo che abbia l'ipotenusa sulla retta.

Il rapporto $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ *esprime la pendenza della retta, poiché esso è legato al rapporto fra il cateto verticale e il cateto orizzontale di qualsiasi triangolo rettangolo avente l'ipotenusa sulla retta r.*

E' immediato rendersi conto che

- se $m > 0$ la retta ha pendenza verso l'alto;
- se $m < 0$ la retta ha pendenza verso il basso;
- se $m = 0$ la retta è orizzontale (infatti l'equazione in questo caso diventa $y = q$)

La figura 4 illustra la situazione dell'esercizio assegnato all'inizio di questa dispensa, per riassumere bene quanto abbiamo spiegato. Si osserva che la pendenza aumenta all'aumentare del coefficiente angolare.

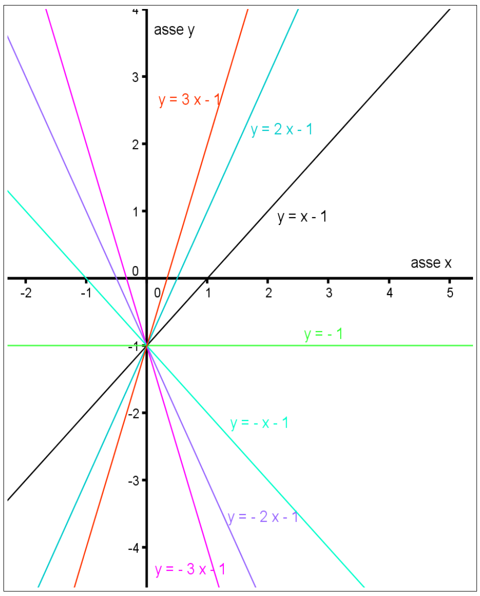

Fig. 4: Soluzione dell'esercizio grafico.