

DISEQUAZIONI FRATTE

Danilo Saccoccioni

Attraverso un esempio, illustriamo una tecnica generale per risolvere disequazioni fratte, applicabile sempre.

Vogliamo risolvere la seguente disequazione: $\frac{x^2-7}{x+1} \leq -1$. I passi sono i seguenti (impegnarsi a capire **BENE** la motivazione del procedimento, altrimenti si avranno sempre dubbi):

- 1. Portare tutto al primo membro, ridurre a m.c.d. e fattorizzare anche il numeratore** (non serve precisare inizialmente le C.E., poiché i valori che annullano i denominatori verranno scartati nei passaggi che seguono);

facendo i calcoli risulta:
$$\frac{(x-2)(x+3)}{x+1} \leq 0$$

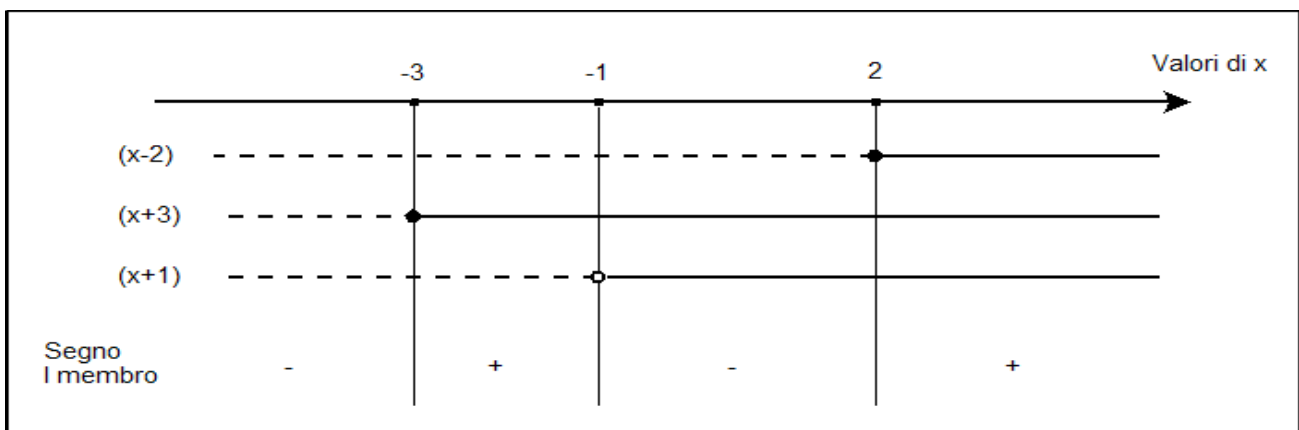
- 2.** La formula precedente è verificata da quei valori di x che rendono il primo membro minore o uguale a zero. Ma affinché il primo membro sia minore o uguale a zero, si dovrà verificare che il prodotto dei segni dei singoli fattori $(x-2)$, $(x+3)$ e $(x+1)$ sia "-". Dunque occorrerà preliminarmente **studiare il segno dei singoli fattori al variare della x** , cioè bisogna indagare per quali valori della x i singoli fattori sono positivi, negativi e quando si annullano; per fare ciò basta studiare le seguenti disequazioni elementari:

$x-2 \geq 0$	cioè:	$x \geq 2$ (cioè per $x \geq 2$ il fattore $(x-2)$ è ≥ 0 , mentre per $x < 2$ il fattore sarà < 0)
$x+3 \geq 0$		$x \geq -3$ (osservazioni analoghe)
$x+1 \geq 0$		$x \geq -1$ (osservazioni analoghe)

Si noti che l'ultimo fattore $(x+1)$ sta al denominatore della frazione, quindi nei passaggi successivi dovremo imporre che non si annulli.

- 3. Si fa una rappresentazione grafica del segno dei singoli fattori per ogni x :**

(linea continua: il fattore è positivo per quelle x ; linea tratteggiata: il fattore è negativo per quelle x)



Ricordare di segnare in modo corretto i pallini come pieni o vuoti:

- **pallino pieno**: solo per i fattori al numeratore quando compare "=" nella disequazione – ciò indica che i valori di x che corrispondono alla presenza del pallino annullano il fattore e **sono soluzioni** della disequazione;
- **pallino vuoto**: sempre per i denominatori; va anche ai fattori al numeratore quando non compare "=" nella disequazione – ciò indica che i valori di x che corrispondono alla presenza del pallino annullano il fattore e **non sono soluzioni** della disequazione.

- 4. Calcolare il prodotto dei segni** per conoscere quanto vale il **SEGNO DI TUTTO IL I MEMBRO** della disequazione.

- 5. Scrivere le soluzioni andando a controllare nella disequazione il verso, che stabilisce come deve essere il segno del primo membro:**

$x \leq -3 \quad \vee \quad -1 < x \leq 2$, che si può anche scrivere: $(-\infty, -3] \cup (-1, 2]$