EQUAZIONI E DISEQUAZIONI IRRAZIONALI

Prof. Danilo Saccoccioni

Prima di presentare metodi risolutivi, è necessaria una precisazione; in un'equazione:

- elevando entrambi i membri ad un esponente pari, talvolta vengono introdotte nuove soluzioni (<u>non volute</u>);
- è invece sempre possibile elevare ad un esponente dispari: non vengono introdotte nuove soluzioni.

La precedente osservazione è fondamentale nella risoluzione delle equazioni e delle disequazioni irrazionali, poiché mette in guardia da operazioni "pericolose" (che potrebbero portare a risultati errati) e guida a comprendere il procedimento risolutivo corretto.

EQUAZIONI CON UN SOLO RADICALE

Basta isolare il radicale in uno dei due membri, ottenendo $\boxed{\sqrt[n]{A(x)}=B(x)}$, dopodiché

- se <u>*n* è dispari</u>, basta elevare ad *n* entrambi i membri e risolvere;
- se <u>*n* è pari</u>, si può procedere in due modi possibili:
  - occorre elevare ad *n* entrambi i membri, risolvere ed infine <u>controllare quali soluzioni sono accettabili</u>; per tale controllo basta procedere sostituendo i valori ottenuti e verificare quali di essi siano effettivamente soluzioni.
  - tenere presente che l'equazione è equivalente a: $\begin{cases} B(x)\geqslant 0 \\ A(x)=[B(x)]^n \end{cases}$

EQUAZIONI CON DUE O PIU' RADICALI

Come il caso precedente, ma generalmente sono necessari più elevamenti a potenza per ottenere un'equazione razionale. Alla fine, nel caso di *n* pari, occorre controllare quali soluzioni siano accettabili.

DISEQUAZIONI CON UN SOLO RADICALE riconducibili a **CASO 1:** $\boxed{\sqrt[n]{A(x)}<B(x)}$ **CASO 2:** $\boxed{\sqrt[n]{A(x)}>B(x)}$

CASO 1: $\boxed{\sqrt[n]{A(x)}<B(x)}$

- <u>*n* dispari</u>: basta elevare entrambi i membri alla *n* e risolvere la disequazione ottenuta;
- <u>*n* pari</u>: la disequazione è equivalente al seguente **sistema**:

$$\begin{cases} A(x)\geqslant 0 \\ B(x)>0 & \text{(oppure } \geqslant \text{ se la disequazione fosse } \sqrt[n]{A(x)}\leqslant B(x)\text{)} \\ A(x)<[B(x)]^n & \text{(oppure } \leqslant \text{ se la disequazione fosse } \sqrt[n]{A(x)}\leqslant B(x)\text{).} \end{cases}$$

CASO 2: $\boxed{\sqrt[n]{A(x)}>B(x)}$

- <u>*n* dispari</u>: basta elevare entrambi i membri alla *n* e risolvere la disequazione ottenuta;
- <u>*n* pari</u>: la disequazione è equivalente all'**unione dei seguenti sistemi**:

$$\begin{cases} B(x)<0 \\ A(x)\geqslant 0 \end{cases} \quad \text{VEL} \quad \begin{cases} B(x)\geqslant 0 \\ A(x)>[B(x)]^n & \text{(oppure } \geqslant \text{ se la disequazione fosse } \sqrt[n]{A(x)}\geqslant B(x)\text{)} \end{cases}$$