Equazioni frazionarie

Danilo Saccoccioni

Ricordiamo, innanzitutto, che un'equazione si dice *intera* se l'incognita compare solo al numeratore, mentre si dice *frazionaria* (o *fratta*) se l'incognita compare in qualche denominatore.

Il procedimento risolutivo di un'equazione frazionaria non è concettualmente diverso da quello relativo ad un'equazione intera, ma presenta alcune particolarità che devono essere evidenziate:

- un'equazione fratta non può ammettere soluzioni che annullano i denominatori (sappiamo, infatti, che la divisione per zero è priva di significato);
- un'equazione fratta può essere opportunamente trasformata in un'equazione intera.

Vediamo, ora, su un esempio concreto come tenere presenti tali osservazioni; vogliamo risolvere la seguente equazione:

$$\frac{3}{x-2}=-\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{2x^2-3x-2}$$

Passo 1: ***Individuazione del campo di esistenza (C.E.) dell'equazione***

Individuare il campo di esistenza di un'equazione significa determinare l'insieme di numeri ammissibili come soluzioni: nel nostro caso questo insieme è costituito da tutti i numeri reali, R, ad esclusione dei numeri che annullano i denominatori, ovvero delle radici dei polinomi che vi compaiono. Per conoscere tutte le radici è necessario **scomporre in fattori**:

$$\frac{3}{x-2}=-\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{2x^2-3x-2} \Longrightarrow \frac{3}{x-2}=-\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{(x-2)(2x+1)}$$ (in questo caso con Ruffini);

dunque il campo di esistenza è definito da: $\begin{cases} x\neq 2 \\ x\neq -\frac{1}{2} \end{cases}$

Questo significa che dalle soluzioni che otterremo dovremo escludere, nell'eventualità, i precedenti valori, in quanto annullano i denominatori dell'equazione originaria.

Passo 2: ***Calcolo e semplificazione del m.c.m. dei denominatori***

Per trasformare l'equazione fratta in un'equazione intera, è necessario calcolare e poi semplificare il m.c.m. dei denominatori:

$$\frac{3}{x-2}=-\frac{1}{2x+1}+\frac{1}{(x-2)(2x+1)} \Longrightarrow \frac{3(2x+1)}{(x-2)(2x+1)}=\frac{-(x-2)+1}{(x-2)(2x+1)} \Longrightarrow 3(2x+1)=-(x-2)+1$$

Passo 3: ***Risoluzione dell'equazione intera ottenuta al passo 2***

Risolviamo l'equazione ottenuta con il solito metodo (in questo caso l'equazione è di I grado, ma nulla vieta di ottenere un'equazione di grado superiore):

$$3(2x+1)=-(x-2)+1 \Longrightarrow 6x+3=-x+2+1 \Longrightarrow 7x=0 \Longrightarrow x=0$$

Passo 4: ***Discussione dei valori ottenuti al passo 3***

Dai valori ottenuti al passo 3 occorre escludere i valori individuati al passo 1. In questo caso, $x=0$ *può essere accettata come soluzione dell'equazione fratta originaria, poiché 0 è diverso sia da 2 che da – ½, che sono i valori esclusi dal campo di esistenza (vedi punto 1).*