Problemi di base sulla retta

Prof. Danilo Saccoccioni

- Distanza di due punti $P_1(x_1)$ e $P_2(x_2)$ sulla retta cartesiana: $\overline{P_1 P_2}=|x_2-x_1|$

- Distanza di due punti $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$ sul piano cartesiano:
  - se $x_1=x_2$ (segmento verticale): $\overline{P_1 P_2}=|y_2-y_1|$
  - se $y_1=y_2$ (segmento orizzontale): $\overline{P_1 P_2}=|x_2-x_1|$
  - caso generale: $\overline{P_1 P_2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

- Punto medio $M(x_M, y_M)$ del segmento di estremi $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$ sul piano cartesiano:
  $x_M=\frac{x_1+x_2}{2}$ $\quad$ $y_M=\frac{y_1+y_2}{2}$

- Equazione della retta sul piano cartesiano:
  - equazione in forma normale (o implicita o canonica): $a x+b y=c$, con *a* e *b* non contemporaneamente nulli;
  - equazione in forma esplicita rispetto a y: $y=m x+q$, valida solo per rette non verticali:
    - coefficiente angolare: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, dove $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$ sono due punti arbitrari della retta;
      - se $m>0$ la retta è crescente;
      - se $m=0$ la retta è orizzontale;
      - se $m<0$ la retta è decrescente.
    - termine noto *q*.

- Intersezione di due rette: risoluzione del sistema formato dalle equazioni delle rette.

- Verifica dell'appartenenza di un punto $P_0(x_0, y_0)$ alla retta: occorre controllare se le coordinate di P_0 soddisfano l'equazione della retta.

- Determinazione dell'equazione di una retta *r* passante per due punti $P_1(x_1, y_1)$ e $P_2(x_2, y_2)$ assegnati sul piano cartesiano:
  - se $x_1=x_2$ l'equazione è x = cost. (retta parallela all'asse y);
  - se $y_1=y_2$ l'equazione è y = cost. (retta parallela all'asse x);
  - altrimenti (retta non parallela agli assi): $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$
    - *primo metodo alternativo*: se la retta non è verticale, si calcola $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, poi per calcolare *q* si sceglie uno qualsiasi dei due punti P_1 e P_2 , per esempio P_1 , e si risolve rispetto a *q* l'equazione $y_1=m x_1+q$
    - *secondo metodo alternativo*: se la retta non è verticale, le incognite *m* e *q* possono essere calcolate imponendo che la retta passi sia per P_1 che per P_2 , cioè risolvendo il sistema seguente: $\begin{cases} y_1=m x_1+q \\ y_2=m x_2+q \end{cases}$

- Condizione di parallelismo di due rette $r_1: y=m_1 x+q_1$ e $r_2: y=m_2 x+q_2$: $m_1=m_2$

- Condizione di perpendicolarità di due rette $r_1: y=m_1 x+q_1$ e $r_2: y=m_2 x+q_2$: $m_1 \cdot m_2=-1$

- Equazione della generica retta passante per un punto $P_0(x_0, y_0)$ (fascio proprio di rette): $y-y_0=m\cdot(x-x_0)$

- Retta $s: y=m_s x+q_s$ parallela ad una retta assegnata $r: y=m_r x+q_r$ e passante per un punto $P_0(x_0, y_0)$:
  - Poiché $m_s=m_r$, si ha immediatamente: $s: y-y_0=m_s(x-x_0)$
  - Metodo alternativo: poiché $m_s=m_r$, si ricava q_s dall'equazione: $y_0=m_s x_0+q_s$

- Retta $s: y=m_s x+q_s$ perpendicolare ad una retta assegnata $r: y=m_r x+q_r$ e passante per un punto $P_0(x_0, y_0)$:
  - Poiché $m_s=-1/m_r$, si ha immediatamente: $s: y-y_0=m_s(x-x_0)$
  - Metodo alternativo: poiché $m_s=-1/m_r$, si ricava q_s dall'equazione: $y_0=m_s x_0+q_s$