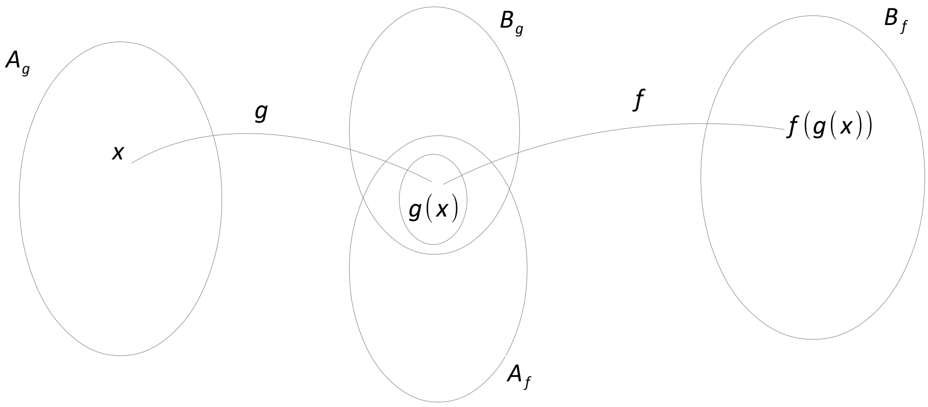
FUNZIONI COMPOSTE

Danilo Saccoccioni

Date due funzioni $f: A_f \to B_f$ e $g: A_g \to B_g$, se il codominio di g è sottoinsieme del dominio di *f*, ovviamente è possibile definire una nuova funzione, chiamata *funzione composta* e indicata con $f \circ g$, che ha come dominio A_g, come insieme di arrivo B_f ed è definita associando al generico $x \in A_g$ il valore $y = f(g(x)) \in B_f$.



Valgono i seguenti fondamentali teoremi:

- **Teorema di continuità delle funzioni composte**

  Se valgono le seguenti condizioni:

  - esiste $\lim_{x \to x_0} g(x) = l$
  - $\lim_{z \to l} f(z) = f(l)$ (cioè f continua in l)

  allora risulta $\lim_{x \to x_0} f(g(x)) = f\left(\lim_{x \to x_0} g(x)\right) = f(l)$.
  Se inoltre g è continua in x_0 allora anche $f(g(x))$ è continua in x_0.

- **Teorema di derivazione delle funzioni composte** (ipotizziamo le funzioni definite su intervalli, in ipotesi di componibilità)

  Se g è derivabile nel punto x e f è derivabile nel punto $t = g(x)$, allora la funzione composta $y = f(g(x))$ è derivabile in x:

  $$y' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$