INVERSO DEL TEOREMA DI PITAGORA

Danilo Saccoccioni

> *Se la somma dei quadrati costruiti su due lati di un triangolo è equivalente al quadrato costruito sul terzo lato, allora il triangolo è rettangolo.*

Ipotesi	**Tesi**
$l_1^2 + l_2^2 = l_3^2$	Il triangolo è rettangolo

DIMOSTRAZIONE

La dimostrazione del teorema può essere condotta per assurdo. Se infatti il triangolo non fosse rettangolo, l'angolo opposto a l_3 (che chiameremo α) sarebbe acuto oppure ottuso; di seguito dimostriamo che in entrambi i casi si arriverebbe ad un assurdo:

Caso di α acuto, $A\hat{B}C$ acuto.

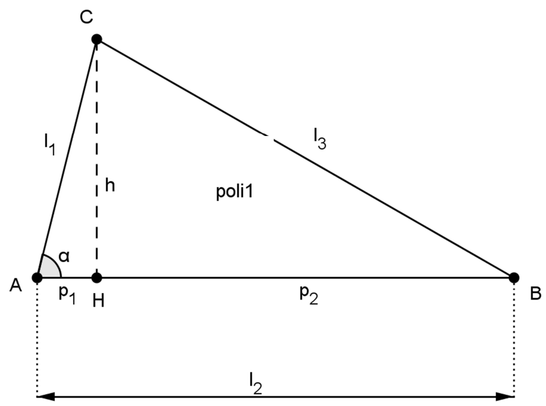
Si tracci l'altezza CH: H cade internamente ad AB. I triangoli ACH e BCH sono rettangoli per costruzione, quindi per essi vale il teorema di Pitagora diretto, dunque possiamo scrivere:

$$l_3^2 = p_2^2 + h^2$$

Tuttavia, poiché $p_2 < l_2$ (è una sua parte) e $h < l_1$ (un cateto è sempre minore dell'ipotenusa), si ha ovviamente:

$$l_3^2 = p_2^2 + h^2 < l_2^2 + l_1^2, \qquad \text{cioè:} \qquad l_3^2 < l_1^2 + l_2^2$$

che è un assurdo, in quanto contrasta con l'ipotesi.



Caso di α ottuso

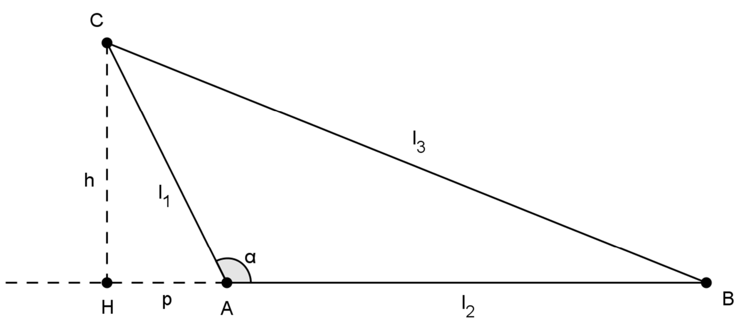
Si tracci l'altezza CH: poiché α è ottuso, H cade esternamente ad AB. I triangoli ACH e BCH sono rettangoli per costruzione, quindi per essi vale il teorema di Pitagora diretto, dunque possiamo scrivere:

$$l_3^2 = h^2 + \left(p + l_2\right)^2 = h^2 + p^2 + l_2^2 + 2pl_2$$

Ma $h^2 + p^2 = l_1^2$, quindi:

$$l_3^2 = h^2 + p^2 + l_2^2 + 2pl_2 = l_1^2 + l_2^2 + 2pl_2 > l_1^2 + l_2^2 ,$$

cioè: $l_3^2 > l_1^2 + l_2^2$, che è assurdo, poiché contrasta con l'ipotesi.



Caso di α acuto, $A\hat{B}C$ ottuso.

La trattazione è simile ai casi precedenti e può essere conodotta come esercizio.