

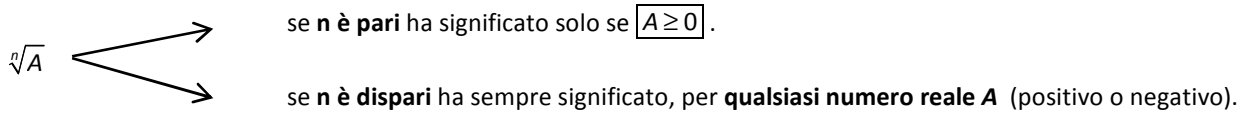
# Radicando negativo e dominio di un radicale

Se osserviamo la scrittura  $2^3 = 8$ , sappiamo che 2 è l'unico numero positivo che elevato alla 3 dà 8. Dunque  $2 = \sqrt[3]{8}$ . Anzi ci accorgiamo che non esiste neppure un numero negativo che elevato alla 3 dà 8.

Osserviamo ora quest'altra scrittura:  $(-2)^3 = -8$ . Finora non ci siamo mai occupati di radici con radicandi negativi, ma poiché osserviamo che -2 è l'unico numero (fra tutti i reali positivi e negativi) che elevato alla 3 dà -8, viene naturale scrivere:  $\sqrt[3]{-8} = -2$ .

Se però l'indice della radice fosse pari, ad esempio 4, come nel caso di  $\sqrt[4]{-16}$ , ci accorgiamo che a tale simbolo non possiamo attribuire alcun valore numerico reale, perché nessun numero reale elevato alla 4 (che è PARI) darà mai -16, che è negativo.

Ricapitolando:



Calcola per esercizio:  $\sqrt[3]{-1}$      $\sqrt[3]{-27}$      $\sqrt[7]{-128}$      $\sqrt[3]{\frac{-8}{27}}$      $\frac{(\sqrt[4]{3}-8)}{2-5 \cdot \sqrt[3]{-7}}$  (con la calcolatrice, 4 cifre sign.)

**Cercare il dominio di un radicale significa determinare tutti i valori delle variabili che rendono sensato il radicale nei numeri reali.**

## Esempio 1

Dato il radicale:  $\sqrt[4]{\frac{x+2}{x-4}} - 3$  poiché l'indice è pari, il dominio sarà dato dalle soluzioni della disequazione:

$$\frac{x+2}{x-4} - 3 \geq 0 \quad (\text{Risolvere per esercizio!})$$

## Esempio 2

Dato il radicale:  $\sqrt[3]{\frac{x+2}{x-4}} - 3$  poiché l'indice è dispari, il radicando può assumere qualsiasi valore e il dominio sarà costituito dalle sole condizioni di esistenza per il denominatore:    Dominio =  $\mathbb{R} - \{4\}$

## Esempio 3

Data l'espressione:  $\sqrt[4]{\frac{x+2}{x-4}} - 3 + \sqrt{x-5} \cdot \sqrt[7]{\frac{x+5}{x^2-36}}$  è chiaro che dovranno essere verificate contemporaneamente diverse condizioni: quelle di tutti i radicandi di indice pari e quelle relative ai denominatori, pertanto il dominio è dato dalle

soluzioni del seguente sistema:

$$\begin{cases} \frac{x+2}{x-4} - 3 \geq 0 \\ x-5 \geq 0 \\ x^2 - 36 \neq 0 \end{cases} \quad \text{Risolvere per esercizio: } \text{Dominio} = [5, 7] - \{6\}$$

## PROPRIETA' DELLE RADICI – OSSERVAZIONI MOLTO IMPORTANTI

- Talvolta** le proprietà delle radici studiate (invariantiva ecc...) non valgono se applicate direttamente a radicandi negativi, come mostra il seguente esempio:

- Passaggi errati:**  $-2 = \sqrt[3]{(-2)^3} =$  (per la propr. invariant.)  $\sqrt[6]{(-2)^6} = \sqrt[6]{64} = +2$

Tentando di applicare la proprietà invariantiva siamo giunti **all'assurdo** che  $-2 = +2$ ; dunque la proprietà invariantiva talvolta non si può applicare al modo visto ad una base negativa come -2; vediamo come va applicata:

- Passaggi corretti:**  $-2 = \sqrt[3]{(-2)^3} = \sqrt[3]{-2^3} = -\sqrt[3]{2^3} =$  (per la propr. invariant.)  $-\sqrt[6]{2^6} = -\sqrt[6]{64} = -2$

L'esempio mostra che **per applicare correttamente le proprietà delle radici con radicandi negativi e indici dispari conviene prima evidenziare il segno "-" e trasportarlo fuori della radice, in modo che dentro la radice rimanga un radicando positivo**, che sappiamo trattare come abbiamo sempre fatto.    Esempio:  $\sqrt[3]{-5} \cdot \sqrt{7} = -\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{7} = -\sqrt[6]{5^2 \cdot 7^3}$

- In ogni caso, **ciò che si può sempre fare per evitare problemi, è lavorare opportunamente con i moduli**, tenendo presente quanto detto sul dominio per indici pari o dispari. Esempi:

- $\sqrt{x^2} = |x|$  (ma:  $\sqrt[3]{x^3} = x$  perché l'indice è dispari e il segno non dà problemi, almeno finché non si applicano le proprietà, come già detto);

- Trasporto fuori:  $\sqrt[4]{3^8 a^4 (1-a)} = 3^2 |a| \cdot \sqrt[4]{1-a}$ .