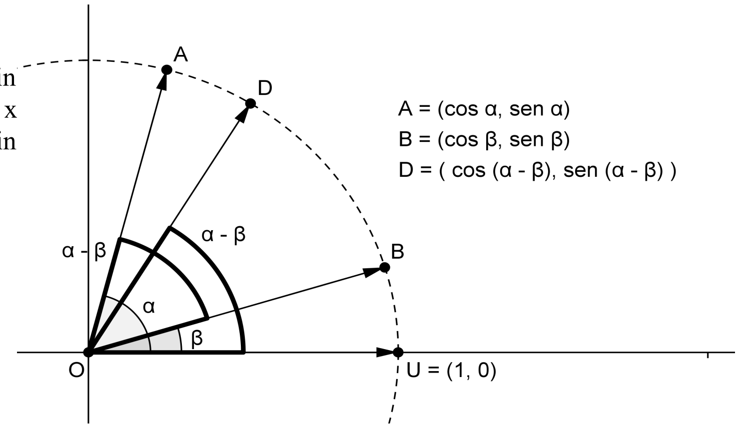
FORMULA DI SOTTRAZIONE DEL COSENO

$\cos(\alpha-\beta)=\cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta)$, valida per angoli qualsiasi.

Dimostrazione



Facciamo riferimento alla figura a fianco.
Sulla circonferenza goniometrica si fissino due punti A e B, in modo che i vettori $\overrightarrow{OA}$ e $\overrightarrow{OB}$ formino con l'asse x rispettivamente gli angoli α e β ; si fissi anche il punto D, in modo che $\overrightarrow{OD}$ formi con l'asse x l'angolo $\alpha-\beta$.
Per i prodotti scalari si ha:

$$\overrightarrow{OD}\cdot\overrightarrow{OU}=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=1\cdot1\cdot\cos(\alpha-\beta)=\cos(\alpha-\beta) \quad \text{(F1)}$$

Ma, tenendo conto delle coordinate:

$$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=[\cos(\alpha)\hat{x}+\sin(\alpha)\hat{y}]\cdot[\cos(\beta)\hat{x}+\sin(\beta)\hat{y}] \quad \text{(F2)}$$

che diventa, applicando la proprietà distributiva del prodotto scalare:

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\\&\quad=\cos(\alpha)\cdot\cos(\beta)\hat{x}\cdot\hat{x}+\cos(\alpha)\cdot\sin(\beta)\hat{x}\cdot\hat{y}+\sin(\alpha)\cdot\cos(\beta)\hat{y}\cdot\hat{x}+\sin(\alpha)\cdot\sin(\beta)\hat{y}\cdot\hat{y}= \qquad \text{(F3)}\\&\quad=\cos(\alpha)\cos(\beta)+\sin(\alpha)\sin(\beta)\end{aligned}$$

Confrontando le formule F1 e F3 si ha immediatamente la tesi.